

Étude théorique d'ondes de Rossby thermiques non linéaires en géométrie sphérique : influence du mode de chauffage

Lebranchu Yannick¹, Plaut Emmanuel¹, Simatev Radostin², & Busse Friedrich³

¹ LEMTA, INPL-UHP-CNRS, 2, avenue de la forêt de Haye, 54 516 Vandœuvre-lès-Nancy cédex

² Department of Mathematics, University of Glasgow, Glasgow G12 8QW, Royaume Uni

³ Institute of Physics, University of Bayreuth, 95 440 Bayreuth, Allemagne

yannick.lebranchu@ensem.inpl-nancy.fr

Résumé. Les ondes de Rossby thermiques apparaissent par instabilités thermoconvectives dans le noyau liquide de planètes en rotation. Notre étude reposant sur des modèles quasi géostrophiques 2D et des modèles 3D, les premiers étant validés par rapport aux seconds, montre que le mode de chauffage de ce noyau, interne ou externe, peut modifier la nature de la bifurcation vers ces ondes.

Abstract. Thermal Rossby waves appear by thermoconvective instabilities in the liquid core of rotating planets. Our study, which uses 2D quasigeostrophic models and 3D models, the latter being used to validate the formers, shows that the heating mode, internal or external, can modify the nature of the bifurcation towards these waves.

1 Introduction

Les ondes de Rossby thermiques constituent un exemple intéressant d'ondes apparaissant par instabilités thermoconvectives dans un noyau planétaire liquide, entre la graine centrale solide et chaude de rayon r_i et le manteau externe solide et relativement froid de rayon r_e (figure 1a). La rotation diurne de la planète à la vitesse angulaire Ω crée des forces de Coriolis qui tendent à bidimensionaliser l'écoulement, d'où la structure colonnaire de ces ondes (figure 1b).

Des écoulements similaires à ceux engendrés par ces ondes ont des conséquences importantes, comme la génération du champ magnétique terrestre par effets magnétohydrodynamiques dans le cas de la Terre. Des modes moyens de vitesse ou « écoulements zonaux » résultant d'effets non linéaires (figure 1c) introduiraient une rotation différentielle dans le noyau qui jouerait un rôle important dans la dynamo par effet Ω [1]. En l'absence d'effets magnétohydrodynamiques, malgré de nombreuses approximations, telles que l'usage de diffusivités turbulentes, les approximations de Boussinesq, etc..., les modèles 3D complets [2] ne permettent, du fait de leur lourdeur, qu'une exploration lente et partielle de l'espace des paramètres. En effet, cinq paramètres subsistent : le rapport des rayons $\eta = r_i/r_e$ (fixé à 0.4 ici), le nombre de Prandtl P (que nous avons fixé à 0.1, 1 et 10), le nombre d'Ekman inverse E^{-1} (que nous faisons varier entre 500 et $5 \cdot 10^7$ en 2D) et les deux nombres de Rayleigh R_i et R_e liés aux chauffages interne et externe (voir par exemple [2] pour une définition de ces paramètres). Le chauffage interne résulte de la désintégration d'éléments radioactifs dans le noyau, qui fournit une source d'énergie interne, et le chauffage externe de l'absence de tels éléments. Un modèle mixte serait pertinent pour le noyau terrestre [3].

La contrainte de Proudman-Taylor implique que l'écoulement près du seuil de convection doit être essentiellement 2D. [4] a ainsi proposé de développer des modèles plus légers que les modèles 3D, à savoir des modèles quasi géostrophiques 2D reposant sur une intégration par rapport à la coordonnée axiale. Ces modèles furent posés dans une géométrie si simplifiée, avec notamment une approximation de petit inter-rayon, que tous les modes de chauffage se confondaient. Une géométrie sphérique avec ses différents modes de chauffage fut considérée plus récemment [5,6,7,8,9]. [5,6,7] ne considèrent que le chauffage interne, alors que [8,9] considèrent seulement le chauffage externe. Nous présentons ici deux modèles quasi géostrophiques, en chauffage interne et externe, ainsi qu'une comparaison systématique à de nouveaux résultats 3D du code de thermoconvection de [2], y compris en régime faiblement non linéaire. Ceci représente une avancée par rapport à [5,6,7,8,9], qui n'ont présenté de telles comparaisons 2D/3D qu'en régime linéaire.

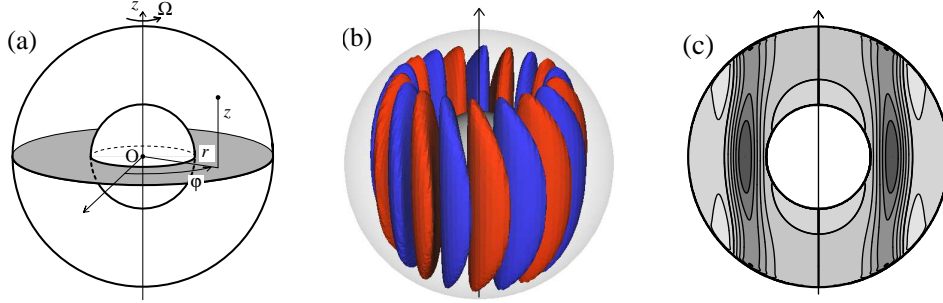


Fig.1. (a) : schéma de la planète tournant à la vitesse angulaire Ω selon l'axe z , et des coordonnées cylindriques (r, φ, z) . (b) : surfaces d'isovaleurs de la vitesse radiale d'une onde de Rossby thermique calculée pour $E^{-1} = 5000$, $P = 1$, $R_e = 0$ et $R_i = 1.01R_{ic}$. (c) : dans un plan méridien, niveaux de l'écoulement azimuthal moyenné en azimuth créé par effet non linéaire par cette onde.

2 Présentation des modèles

Les modèles 3D ont été présentés dans [2]; on utilise une version avec condition d'adhérence aux deux parois, pertinente pour des planètes de type tellurique. On utilise les mêmes unités d'adimensionnement que [2], par exemple l'inter-rayon $d = r_i - r_e$ pour les distances, et le temps visqueux d^2/ν pour les temps, avec ν la diffusivité de vitesse. Ainsi $E^{-1} = d^2\Omega/\nu$. Notre modèle de vitesse quasi géostrophique

$$\mathbf{v}(r, \varphi, z) = \mathbf{v}_e(r, \varphi) + \mathbf{v}_z(r, \varphi, z) \quad (1)$$

se décompose en une vitesse équatoriale $\mathbf{v}_e(r, \varphi) = r^{-1}(\partial_\varphi\psi)\mathbf{e}_r - (\partial_r\psi)\mathbf{e}_\varphi$, avec ψ la fonction courant, et une vitesse verticale $\mathbf{v}_z(r, \varphi, z) = -(rz/L^2)v_r(r, \varphi)\mathbf{e}_z$ linéaire en z pour respecter la condition de non-pénétration du fluide au niveau des parois situées en $z = \pm L$, avec $L = \sqrt{r_e^2 - r^2}$ la demi hauteur d'une colonne de fluide. L'équation de la vorticité axiale $\zeta = -\Delta\psi$ s'écrit

$$\begin{aligned} \partial_t\zeta + \mathbf{v}_e \cdot \nabla\zeta - 2E^{-1} \partial_z v_z &= \Delta\zeta - \partial_\varphi\theta \\ \partial_t\zeta + \mathbf{v}_e \cdot \nabla\zeta + 2E^{-1} L^{-2}\partial_\varphi\psi &= \Delta\zeta - \partial_\varphi\theta \end{aligned} \quad (2)$$

avec θ la perturbation en température, telle que le champ de température complet T soit de la forme $T = T_s + \theta$, T_s étant la température en régime de conduction pure. Dans le cas du chauffage externe, contrairement à [8,9], nous ne calculons pas T_s à partir de l'équation de la chaleur considérée en 2 dimensions, i.e. $\Delta_{2D}T_{s2D} = 0$, mais travaillons sur l'équation de l'évolution de la perturbation de température θ écrite en 3D après résolution de $\Delta_{3D}T_{s3D} = 0$. Ceci permet de s'affranchir des opérations d'ajustement entre T_{s2D} et T_{s3D} dépendant de l'inter-rayon, présentées dans le paragraphe 15 de [8]. L'équation de la chaleur que nous obtenons ainsi est

$$\partial_t\theta + \mathbf{v}_e \cdot \nabla\theta = \Delta\theta + \frac{2}{3}R_i\partial_\varphi\psi + R_e \frac{\eta}{(1-\eta)^3} \frac{\partial_\varphi\psi}{rL^2} \left[\frac{1}{r} - (1-\eta) \frac{r}{L} \operatorname{arcsinh}\left(\frac{L}{r}\right) \right]. \quad (3)$$

Ces équations sont résolues dans l'anneau équatorial $r \in [r_i, r_e]$, $\varphi \in [0, 2\pi]$. Chaque modèle possède les mêmes conditions limites thermiques, i.e. une perturbation en température nulle aux parois et deux types de conditions limites pour la perturbation de vitesse : soit glissement sans frottement au niveau de la paroi interne (en effet la moyenne axiale de la vitesse au niveau de la graine peut être non nulle, cf. la figure 1c) et adhérence au niveau de la paroi externe, soit adhérence aux deux parois. Par une méthode de Galerkin - résidus pondérés, on approche, sur le logiciel Mathematica, la solution par une base de polynômes de haut degré. On utilise des polynômes de Tchebychev modifiés pour respecter les conditions limites.

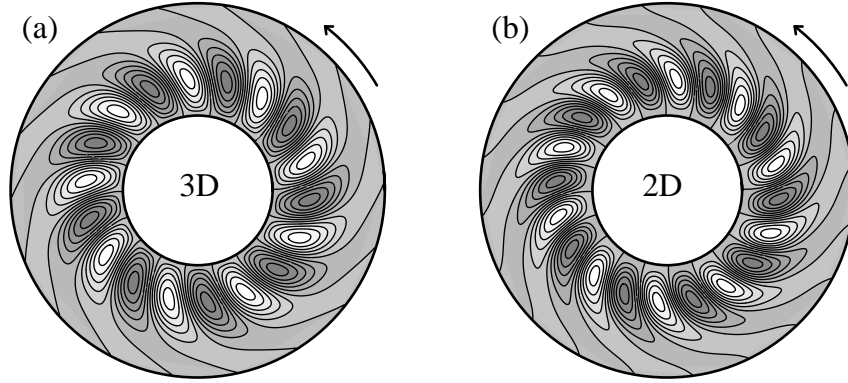


Fig.2. Dans le plan équatorial, pour $E^{-1} = 5000$, $P = 1$, $R_e = 0$ et $R_i = R_{ic}$. (a) : niveaux de vitesse radiale obtenus par un modèle 3D. (b) : niveaux de vitesse radiale obtenus par le modèle 2D en condition d'adhérence en r_i et r_e . On observe dans les deux cas des ondes cellulaires davantage spiralées en 2D.

Tab.1. Comparaison des propriétés critiques 2D avec celles déduites des calculs 3D pour un nombre de Prandtl $P = 1$ et différents modèles. CI : chauffage interne; CE : chauffage externe; AA : adhérence en $r = r_i$ et $r = r_e$; GA : glissement en $r = r_i$ et adhérence en $r = r_e$. Les chiffres entre parenthèse indiquent l'erreur relative entre les modèles 2D et 3D.

E^{-1}	Quantité	3D CI	2D CI	AA	2D CI	GA	3D CE	2D CE	AA	2D CE	GA
500	R_c	$1.237 \cdot 10^4$	$1.007 \cdot 10^4$	(19%)	$0.9626 \cdot 10^4$	(22%)	$1.542 \cdot 10^4$	$1.543 \cdot 10^4$	(0%)	$1.342 \cdot 10^4$	(13%)
500	m_c	4	6	(50%)	5	(25%)	4	5	(25%)	5	(25%)
500	ω_c	14.73	48.71	(230%)	45.33	(210%)	13.15	37.59	(190%)	37.25	(180%)
5000	R_c	$1.881 \cdot 10^5$	$1.552 \cdot 10^5$	(17%)	$1.513 \cdot 10^5$	(20%)	$1.773 \cdot 10^5$	$1.635 \cdot 10^5$	(7.8%)	$1.479 \cdot 10^5$	(17%)
5000	m_c	9	10	(11%)	10	(11%)	8	9	(12%)	8	(0%)
5000	ω_c	104.3	199.6	(91%)	196.3	(88%)	85.65	160	(87%)	154.4	(80%)
50000	R_c	$3.71 \cdot 10^6$	$2.893 \cdot 10^6$	(22%)	$2.875 \cdot 10^6$	(22%)	$2.629 \cdot 10^6$	$2.306 \cdot 10^6$	(12%)	$2.16 \cdot 10^6$	(18%)
50000	m_c	17	19	(12%)	18	(5.9%)	15	17	(13%)	16	(6.7%)
50000	ω_c	545.9	863.3	(58%)	839.1	(54%)	457	708.9	(55%)	695.8	(52%)

3 Ondes de Rossby thermiques linéaires

Une analyse de stabilité des équations (2) et (3) est effectuée numériquement en calculant des modes normaux de la forme

$$\psi = \psi_1 = \Psi(r) \exp [i (m\varphi - \omega t)] , \quad \theta = \theta_1 = \Theta(r) \exp [i (m\varphi - \omega t)] , \quad (4)$$

où m est le nombre d'onde, ω la fréquence angulaire des ondes. Ces ondes apparaissent par instabilité du noyau purement conductif chauffé progressivement, pour un nombre de Rayleigh $R_i > R_{ic}$ et $R_e = 0$ en chauffage interne, ou $R_e > R_{ec}$ et $R_i = 0$ en chauffage externe.

Les paramètres critiques, nombres de Rayleigh critiques R_{ic} en chauffage interne et R_{ec} en chauffage externe, nombre d'onde critique m_c , provenant de nos calculs 2D s'approchent de ceux obtenus en 3D quand le nombre d'Ekman inverse augmente (tableau 1), et ce plus rapidement que la fréquence angulaire critique ω_c . On a un accord semi-quantitatif 2D/3D sur les nombres de Rayleigh critiques R_{ic} et R_{ec} et les nombres d'ondes critiques associés dès que $E^{-1} \geq 5000$, et sur les fréquences angulaires critiques ω_c seulement à partir de $E^{-1} \geq 50000$. La convection se développe au voisinage de la graine (pour r proche de r_i) en formant des cellules spiralées (figure 2). Les deux premières lois asymptotiques de Busse

$$m_c \propto E^{-1/3} , \quad R_c \propto E^{-4/3} , \quad \omega_c \propto E^{-2/3} \quad (5)$$

sont bien vérifiées quand $E^{-1} \rightarrow +\infty$ pour $\eta = 0.4$, et la troisième de surcroît si on fixe $\eta = 0.35$.

4 Ondes de Rossby thermiques non linéaires

4.1 Comparaison 2D/3D pour $E^{-1} \leq 50000$.

Un calcul faiblement non linéaire systématique nous donne les paramètres non linéaires de la bifurcation pour une large gamme de valeurs des paramètres de contrôle. Pour cela, on calcule une solution faiblement non linéaire valable pour de faibles amplitudes et près du seuil

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_e &= (A\mathbf{v}_1(r) + c.c.) + |A|^2 \mathbf{V}_0(r) + (A^2\mathbf{v}_2(r)f^2 + c.c.) \\ \theta &= (A\theta_1(r) + c.c.) + |A|^2 \Theta_0(r) + (A^2\theta_2(r)f^2 + c.c.) \end{aligned} \quad (6)$$

mode 1 mode 0 mode 2

avec $f = \exp[i(m_c\varphi - \omega_c t)]$ et \mathbf{v}_1 la vitesse équatoriale de l'onde primaire qui dérive de la fonction courant ψ_1 . Les modes 2 de vitesse et de température de cette décomposition sont des corrections calculées en résolvant de manière quasi statique les équations (2) et (3) à l'ordre A^2 . L'écoulement moyen $\mathbf{V}_0 = V_0 \mathbf{e}_\varphi$ (figure 3) modifié par effet non linéaire quadratique, appelé écoulement zonal (ou mode 0), est calculé en résolvant de manière quasi statique la moyenne azimutale de la composante azimutale de l'équation de Navier-Stokes à l'ordre $|A|^2$,

$$0 = \Delta V_0 - r^{-2}V_0 - f_E V_0 + (\operatorname{div} \bar{\bar{\tau}})_\varphi \quad \text{où} \quad (\operatorname{div} \bar{\bar{\tau}})_\varphi = \partial_r (\tau_{r\varphi}) + 2r^{-1} \tau_{r\varphi} \quad (7)$$

avec $f_E = E^{-1/2} r_e^{1/2} L^{-3/2}$ le coefficient du friction d'Ekman dû une recirculation au niveau des couches limites correspondantes [8], $\tau_{r\varphi} = \langle (r^{-1}(\partial_\varphi \psi_1) + c.c.)((\partial_r \psi_1) + c.c.) \rangle_\varphi$ la contrainte de Reynolds et $\langle \cdot \rangle_\varphi$ la moyenne sur un tour. Résoudre l'équation (7) au lieu de l'équation (2) pour le mode 0 permet d'assurer la nullité du gradient de pression azimutal moyen. Le mode 0 de température Θ_0 est quand à lui calculé par résolution de l'équation de la chaleur (3) à l'ordre $|A|^2$.

A l'ordre $|A|^2 A$, un calcul des termes non linéaires de nombre d'onde m_c résonants dans les équations (2) et (3), projetés sur le mode adjoint critique (ψ_a, θ_a) , nous permet d'accéder aux coefficients non linéaires de l'équation d'amplitude

$$\tau_0 \partial_t A = (1 + is)\epsilon A - g(1 + ic)|A|^2 A \quad (8)$$

avec τ_0 le temps caractéristique de l'instabilité, $\epsilon = R_i/R_{ic} - 1$ en chauffage interne, $R_e/R_{ec} - 1$ en chauffage externe, l'écart au seuil réduit, s le coefficient de décalage fréquentiel linéaire, g le coefficient de saturation ou d'antisaturation selon son signe, et c le coefficient de décalage fréquentiel non linéaire. On connaît ainsi l'amplitude réelle de l'écoulement zonal pour un écart au seuil $\epsilon = 1\%$ qui est reliée à l'amplitude $|A| = \sqrt{\frac{\epsilon}{g}}$ des modes de la première équation de (6). On déduit également la fréquence de l'onde critique saturée qui est

$$\omega = \omega_c - \frac{c-s}{\tau_0} \epsilon = \omega_c - \epsilon \omega', \quad (9)$$

avec ω' le décalage fréquentiel total.

Les données non linéaires sont résumées dans le tableau 2. Le rapport qui caractérise l'importance de l'écoulement zonal par rapport à l'intensité de la convection primaire obtenu en 2D est assez proche de celui obtenu en 3D. Les écoulements zonaux eux mêmes ont une bonne forme (cf. la figure 3). On remarque que les ondes ralentissent fortement en régime non linéaire ($\omega' \approx 0.5$). Par contre, même si les calculs 3D et 2D nous fournissent ce même signe pour le décalage fréquentiel en chauffage interne et en chauffage externe à haut Ekman inverse, un désaccord subsiste sur le plan quantitatif. Au final, en comparant toutes nos propriétés linéaires et non linéaires au 3D, on s'aperçoit que les conditions limites changent peu nos résultats et que les modèles 2D en chauffage interne approchent mieux les modèles 3D en chauffage interne que les modèles 2D en chauffage externe n'approchent les modèles 3D en chauffage externe.

Tab.2. Comparaison des propriétés des ondes non linéaires 2D avec celles des ondes non linéaires 3D mesurées dans le plan équatorial pour un nombre de Prandtl $P = 1$ avec un écart au seuil de 1% et différents modèles. Les abréviations utilisées ont été définies dans la légende du tableau 1. La première quantité $\max(v_r)$ représente la vigueur de la convection primaire, la seconde le minimum de l'écoulement zonal, la troisième le rapport des deux premières, et la dernière le décalage fréquentiel total.

E^{-1}	Quantité	3D CI	2D CI	AA	2D CI	GA	3D CE	2D CE	AA	2D CE	GA
500	$\max(v_r)$	+1.366	+2.094	(53%)	+2.05	(50%)	1.42	1.85	(30%)	1.87	(31%)
500	$\min(V_0)$	-0.060	-0.072	(22%)	-0.093	(57%)	-0.068	-0.058	(15%)	-0.0674	(1.3%)
500	$\min(V_0)/\max(v_r)$	-0.0436	-0.0346	(21%)	-0.046	(4.5%)	-0.048	-0.031	(35%)	-0.0361	(25%)
500	ω'	+0.997	+0.044	(96%)	+0.051	(95%)	+1.68	-0.053	(100%)	+0.073	(96%)
5000	$\max(v_r)$	+2.576	+3.044	(18%)	+2.97	(15%)	2.52	3.18	(26%)	3.18	(26%)
5000	$\min(V_0)$	-0.114	-0.109	(4.1%)	-0.112	(1.7%)	-0.103	-0.087	(16%)	-0.104	(1.3%)
5000	$\min(V_0)/\max(v_r)$	-0.0442	-0.0359	(19%)	-0.0377	(15%)	-0.041	-0.0273	(33%)	-0.0329	(20%)
5000	ω'	+0.368	+0.0135	(96%)	+0.049	(87%)	+0.508	-0.0139	(100%)	+0.0422	(92%)
50000	$\max(v_r)$	+4.291	+5.08	(18%)	+5.04	(17%)	4.89	5.88	(20%)	5.87	(20%)
50000	$\min(V_0)$	-0.185	-0.187	(0.97%)	-0.197	(6.3%)	-0.186	-0.158	(15%)	-0.186	(0.34%)
50000	$\min(V_0)/\max(v_r)$	-0.0432	-0.0368	(15%)	-0.0391	(9.5%)	-0.038	-0.0268	(29%)	-0.0317	(16%)
50000	ω'	+0.3172	+0.455	(43%)	+0.461	(45%)	+0.254	+0.05	(80%)	+0.0974	(62%)

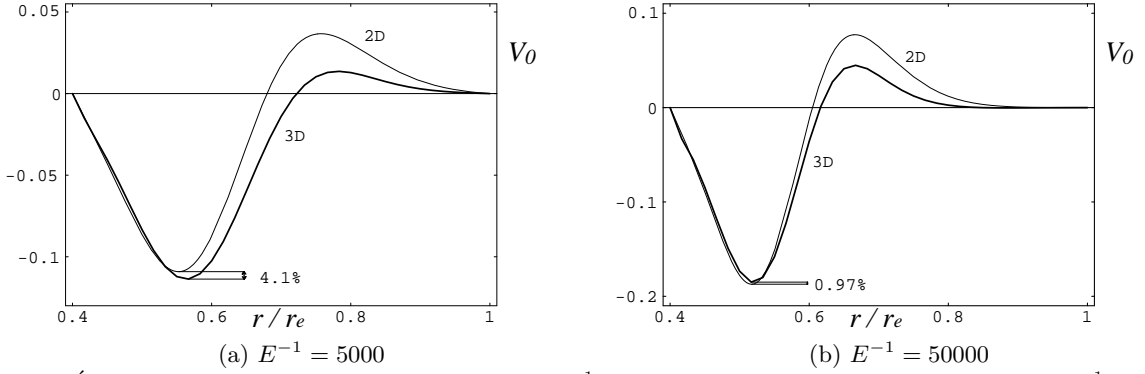


Fig.3. Écoulement zonal pour $P = 1$, à gauche pour $E^{-1} = 5000$ (cas de la figure 1c) et à droite pour $E^{-1} = 50000$, en chauffage interne avec des conditions limites d'adhérence et un écart au seuil de 1%. En trait épais, l'écoulement zonal déduit des calculs 3D ; en trait fin, celui calculé en 2D.

4.2 Résultats 2D pour $E^{-1} > 50000$

En faisant varier les paramètres de contrôle, on s'aperçoit que la rétroaction de l'écoulement zonal entre autre rend la bifurcation sous-critique ($g < 0$) à haut nombre d'Ekman inverse en chauffage interne ($E^{-1} \geq E_c^{-1} = 10^5$ pour $P = 0.1$, $E^{-1} \geq E_c^{-1} = 5 \cdot 10^5$ pour $P = 1$, et $E^{-1} \geq E_c^{-1} = 10^6$ pour $P = 10$) et de surcroît pour des valeurs de Prandtl plus petites en chauffage externe ($E^{-1} \geq E_c^{-1} = 3.7 \cdot 10^5$ pour $P = 0.1$). Ce dernier résultat contredit l'interprétation suggérée par [9] liant la sous-criticité à l'existence d'un désaccord entre les Rayleigh critiques prédits par les théories asymptotiques locale et globale, car ce désaccord n'existe pas en chauffage externe [5,10]. Pour tenter de comprendre ces changements de nature de la bifurcation vers les ondes de Rossby thermiques, on décompose alors de façon physique le coefficient de saturation en huit contributions afin de déterminer lesquelles sont les plus négatives :

$$\begin{aligned}
 g = & \underbrace{\operatorname{Re} \langle \mathbf{V}_0 \cdot \nabla \zeta(\mathbf{v}_1) \psi_a^* \rangle_{r,\varphi}}_{G_{01}^v} + \operatorname{Re} \langle \mathbf{v}_1 \cdot \nabla \zeta(\mathbf{V}_0) \psi_a^* \rangle_{r,\varphi} + \operatorname{Re} \langle \mathbf{V}_0 \cdot \nabla \theta_1 \theta_a^* \rangle_{r,\varphi} + \underbrace{\operatorname{Re} \langle \mathbf{v}_1 \cdot \nabla \theta_0 \theta_a^* \rangle_{r,\varphi}}_{G_{10}^t} \\
 & + \operatorname{Re} \langle \mathbf{v}_1^* \cdot \nabla \zeta(\mathbf{v}_2) \psi_a^* \rangle_{r,\varphi} + \operatorname{Re} \langle \mathbf{v}_2 \cdot \nabla \zeta(\mathbf{v}_1^*) \psi_a^* \rangle_{r,\varphi} + \operatorname{Re} \langle \mathbf{v}_1^* \cdot \nabla \theta_2 \theta_a^* \rangle_{r,\varphi} + \operatorname{Re} \langle \mathbf{v}_2 \cdot \nabla \theta_1^* \theta_a^* \rangle_{r,\varphi}
 \end{aligned} \quad (10)$$

avec $\langle \cdot \rangle_{r,\varphi}$ la moyenne dans l'anneau équatorial, * le conjugué, et $\zeta(\mathbf{v}_e)$ la vorticité axiale correspondant à la vitesse équatoriale \mathbf{v}_e . On s'aperçoit que les harmoniques \mathbf{v}_2 et θ_2 jouent un rôle mineur dans le

processus de saturation ou d'antisaturation des ondes, car les contributions correspondantes sont petites par rapport à celles des modes 0, \mathbf{V}_0 et Θ_0 . On détermine les contributions dominantes pour la plupart des cas (en faisant varier le nombre de Prandtl et ce pour les quatre modèles) : une contribution hydrodynamique G_{01}^v et une contribution thermique G_{10}^t indiquées équation (10). Le terme de couplage G_{01}^v entre le mode 0 de vitesse et l'onde primaire est presque toujours négatif à bas nombre de Prandtl et haut nombre Ekman inverse. Au contraire, le coefficient G_{10}^t présente un comportement très différent en chauffage interne et externe : alors qu'il est très négatif en chauffage interne à bas nombre d'Ekman, il reste toujours positif en chauffage externe à bas nombre d'Ekman. Une analyse physique des mécanismes prépondérants pour chaque modèle est en cours mais les contributions dominantes au coefficient de saturation ou d'antisaturation g font intervenir trois facteurs (équation 10) : un mode 0 (\mathbf{V}_0 ou Θ_0), un mode 1 (\mathbf{v}_1 ou θ_1) et son adjoint (ψ_a ou θ_a). Ces deux derniers modes possèdent chacun une phase « rapide » qui est déjà difficile à interpréter. Au bilan, on obtient pour chaque intégrand une fonction qui oscille « rapidement » dans $[r_i, r_e]$, et il est difficile d'expliquer physiquement le signe de l'intégrale.

5 Discussion

La table 2 est la première « validation » 2D/3D des modèles quasi géostrophiques en régime non linéaire. Inclure dans les modèles 2D de calcul de l'onde primaire des effets de pompage d'Ekman comme [9] devrait permettre d'atteindre un accord semi-quantitatif concernant les caractéristiques dynamiques des ondes (fréquences et décalage fréquentiel). De tels modèles 2D quasi géostrophiques validés pourraient aider au développement de modèles dynamo quasi-géostrophiques du type de ceux de [11], mais en thermoconvection.

Références

1. A. KAGEYAMA & T. SATO, Generation mechanism of a dipole field by a magnetohydrodynamic dynamo, *Phys. Rev. E*, **55**, 4617 (1997).
2. R. SIMITEV & F. H. BUSSE, Patterns of convection in rotating spherical shells, *New J. Phys.*, **5**, 1 (2003).
3. K. M. LEE, G. STEINLE-NEUMANN & R. JEANLOZ, Ab-initio high-pressure alloying of iron and potassium : implications for the Earth's core, *Geophys. Res. Lett.*, **31**, 11603 (2004).
4. F. H. BUSSE, Thermal instabilities in rapidly rotating systems, *J. Fluid Mech.*, **44**, 441 (1970).
5. S. COLE, Nonlinear rapidly rotating spherical convection, *PhD Thesis*, (2004).
6. V. MORIN & E. DORMY, Time dependent β -convection in rapidly rotating spherical shells, *Phys. Fluids*, **16**, 1603 (2004).
7. V. MORIN & E. DORMY, Dissipation mechanisms for convection in rapidly rotating spheres and the formation of banded structures, *Phys. Fluids*, **18**, 68014 (2006).
8. J. AUBERT, N. GILLET & P. CARDIN, Quasi-geostrophic models of convection in rotating spherical shells, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, **4**, 1052 (2003).
9. N. GILLET & C. A. JONES, The quasi-geostrophic model for rapidly rotating spherical convection outside the tangent cylinder, *J. Fluid Mech.*, **554**, 343 (2006).
10. C. A. JONES, A. M. SOWARD & A. I. MUSSA, The onset of thermal convection in a rapidly rotating sphere, *J. Fluid Mech.*, **405**, 157 (2000).
11. N. SCHAEFFER & P. CARDIN, Quasi-geostrophic kinematic dynamos at low magnetic Prandtl number *Earth Planet. Sci. Lett.*, **245**, 595 (2006).